

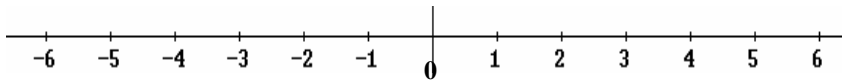
NOMBRES NATURALS I ENTERS.

RECORDEU:

Els nombres naturals són $N = \{1, 2, 3, 4, 5, \dots\}$.

Els nombres enters són $Z = \{\dots, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, \dots\}$

Representació gràfica dels nombres enters:



Per a efectuar una operació s'ha de tenir en compte la prioritats o jerarquia de les operacions, que és la següent:

1. Es calculen els parèntesis, operant de l'interior a l'exterior.
2. S'efectuen les potències i radicals.
3. S'efectuen les multiplicacions i divisions.
4. S'efectuen les sumes i restes.

En igualtat de prioritats, es treballa d'esquerra a dreta.

Exercici d'autoaprenentatge:

a) Calculeu $(-2) \cdot (3 - 4 \cdot (3 + 2 \cdot (-4))) =$

Operem dins el parèntesi més interior. 1r el producte

Operem dins el parèntesi més interior. La suma

Operem dins el parèntesi. 1r el producte

$$(-2) \cdot (3 - 4 \cdot (3 + 2 \cdot (-4))) = (-2) \cdot (3 - 4 \cdot (3 + (-8))) = (-2) \cdot (3 - 4 \cdot (-5)) = (-2) \cdot (3 + 20) =$$

$$= (-2) \cdot (23) = -46$$

Operem dins el parèntesi. La suma

Amb ajut de la calculadora:

2 ± × ((3 - 4 × (3 + 2 × 4 ±))) =

El resultat és: -46

Exercici proposat

1. Calculeu manualment i amb ajut de calculadora:

a) $-3 + (-5) - (-4) =$

b) $15 - (-9 + 3) =$

c) $12 - 9 \times 3 =$

d) $-2 + 6 : (-3) =$

e) $3 \times (-2) + 4 \times 5 =$

f) $12 - 3 \times (-2) - 7 =$

g) $16 + 4 : (-2) \times (-3) =$

h) $3 - 3(4 - (-3)) =$

i) $(3 - 2)(-5 + 3 \times 4) =$

j) $6 - (4 + 18 : 2) =$

k) $5 - 3(2 + 3 \times 5 \times (-4) + 2) =$

l) $(3 + 5 \times 4 + 8 : (-2))(4 \times 3 - 5) =$

m) $-5 + 3 \times 4 - 2(12 - 4 \times 3) =$

n) $(7 - 8)(3 - 5 \times (-2)) - 3 =$

o) $(8 - 4 \times 3 - 4)(7 + 4 \times 3) =$

p) $(3^2 + 4 \times 2) - 5(4^3 + 2 \times 7) =$

q) $(4 - 3^2 \times 5)(7 - 12 : 3) =$

r) $(3 - 4 \times 2^3) + 3(4^2 - 3) =$

s) $4^2 + 12 \times 3 : 2 - 5 \times (-3) =$

t) $(3^2 - 4(5 - 12 \times 4 - 6) - 2)(3 - 2^3) =$

u) $2 - 3^3 - 5(4 - 5(2 - 3 \times (-4)) + 5^2) =$

RECORDEU:

Un nombre a és múltiple de b si al dividir a entre b la divisió és exacta, és a dir, existeix un nombre n tal que $a = b \cdot n$. En aquest cas direm que a és divisible per b.

Un nombre és primer si només és divisible per ell i per la unitat.

Criteris de divisibilitat.

Un nombre és divisible per 2 si la xifra de les unitats és divisible per 2

Un nombre és divisible per 3 si la suma de les seues xifres és divisible per 3

Un nombre és divisible per 5 si la xifra de les unitats és divisible per 5.

Un nombre és divisible per 11 si sumades les xifres que ocupen el lloc imparell contades a partir de les unitats i restat aquest nombre amb la suma de les xifres que ocupen el lloc parell a partir de les unitats, el nombre resultant és divisible per 11.

El màxim comú divisor de dos nombres a i b $\text{mcd}(a, b)$ és el major de tots els divisors que són comuns als dos nombres a, b.

El mínim comú múltiple de dos nombres a i b $\text{mcm}(a, b)$ és el menor de tots els múltiples que són comuns als dos nombres a, b.

Exercicis d'autoaprenentatge:

a) Efectueu la descomposició factorial de 1320.

Per fer la descomposició factorial d'un nombre en producte de nombres primers tindrem en compte els criteris de divisibilitat. Efectuarem divisions successives.

$$\begin{array}{r|l} 1320 & 2 \\ 660 & 2 \\ 330 & 2 \\ 165 & 3 \\ 55 & 5 \\ 11 & 11 \\ 1 & \end{array}$$

Aleshores, $1320 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 11$

b) Calculeu el màxim comú divisor i el mínim comú múltiple de 36 i 120.

Per calcular el màxim comú divisor de dos nombres, factoritzem els dos nombres. El mcd és el producte dels nombres primers comuns elevats al menor exponent.

Factoritzem 36 i 120:

$$\begin{array}{r|l} 36 & 2 \\ 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \quad \begin{array}{r|l} 120 & 2 \\ 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array}$$

Aleshores $36 = 2^2 \cdot 3^2$, $120 = 2^3 \cdot 3 \cdot 5$

Per tant, el $\text{mcd}(36, 120) = 2^2 \cdot 3 = 12$

Per calcular el mínim comú múltiple de dos nombres, factoritzem els dos nombres i el mcm és el producte dels nombres primers comuns i no comuns elevats al major exponent.

Per tant, $\text{mcm}(36,120) = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 5 = 360$

També podem utilitzar la fórmula
$$\text{mcm}(a,b) = \frac{a \cdot b}{\text{mcd}(a,b)}$$

Per tant $\text{mcm}(36,120) = \frac{36 \cdot 120}{\text{mcd}(36,120)} = \frac{36 \cdot 120}{12} = 360$

Exercicis proposats

2. Efectueu la descomposició factorial dels següents nombres:

- | | | | |
|----------|----------|---------|---------|
| a) 3780= | d) 1260= | g) 503= | j) 468= |
| b) 52= | e) 960= | h) 312= | k) 270= |
| c) 53= | f) 500= | i) 211= | l) 198= |

3. Calculeu tots els divisors dels següents nombres:

- | | | | |
|-------|--------|--------|--------|
| a) 12 | c) 220 | e) 990 | g) 23 |
| b) 36 | d) 800 | f) 770 | h) 198 |

4. Calculeu el màxim comú divisor de:

- | | |
|------------------------------|----------------------------------|
| a) $\text{mcd}(360, 1890)=$ | f) $\text{mcd}(1750, 1000)=$ |
| b) $\text{mcd}(3960, 5808)=$ | g) $\text{mcd}(800, 3500)=$ |
| c) $\text{mcd}(100, 120)=$ | h) $\text{mcd}(270, 2268)=$ |
| d) $\text{mcd}(96, 64)=$ | i) $\text{mcd}(990, 1260, 960)=$ |
| e) $\text{mcd}(12, 18, 24)=$ | j) $\text{mcd}(90, 12, 60)=$ |

5. Calculeu el mínim comú múltiple de:

- | | |
|------------------------------|----------------------------------|
| a) $\text{mcm}(360, 1890)=$ | f) $\text{mcm}(1750, 1000)=$ |
| b) $\text{mcm}(3960, 5808)=$ | g) $\text{mcm}(800, 3500)=$ |
| c) $\text{mcm}(100, 120)=$ | h) $\text{mcm}(270, 2268)=$ |
| d) $\text{mcm}(96, 64)=$ | i) $\text{mcm}(990, 1260, 960)=$ |
| e) $\text{mcm}(12, 18, 24)=$ | j) $\text{mcm}(90, 12, 60)=$ |

Problemes:

- Per pagar dues factures, una de 29€ i l'altra de 47€, donem dos bitllets de 50€. Quants diners em tornaran?
- Un submarinista és troba a la superfície del mar. Baixa primer 17 m, després 9 m més i seguidament en puja 5. A quina profunditat es troba finalment?
- Hem comprat un ordinador per 1134€. N'hem pagat la meitat al comptat. Si en paguem la resta en 9 mensualitats iguals. Quants diners costa cadascuna d'aquestes mensualitats?
- Quina diferència d'anys hi ha des de Plató que va néixer 420 anys abans de J.C. i l'any 2001?

5. Per una carretera passen 11 cotxes cada minut. Quants cotxes passen cada hora? i quants cada dia?.
6. Durant una tempesta observem un llamp i, 7 segons després, ens arriba el soroll del tro. Si la velocitat del so és de 340 metres per segon, a quina distància de nosaltres s'ha produït el llamp?
7. En una divisió el divisor és 25, el quocient és 16 i el residu és 6. Quin és el dividend?.
8. En una urbanització viuen 13500 persones. Hi ha un pi per cada 180 persones i 4 garrofers per cada 60 persones.
 - a) Quants pins hi ha a la urbanització?
 - b) I garrofers?
 - c) Quants arbres s'han de plantar a fi que hi haja un arbre per cada 9 habitants?.
9. En posar en funcionament un congelador, la temperatura minva 2 graus cada 8 minuts. En el moment de la posada en funcionament, l'interior del congelador està a 14°C
 - a) Quant de temps tardarà en assolir -24°C?.
 - b) Quina temperatura hi haurà al cap de dues hores de funcionament?.
10. En un concurs de televisió guanyem 60€ per cada resposta endevinada i perdem 4€ per cada resposta fallada. Quina quantitat ha guanyat un concursant que ha endevinat 12 preguntes i n'ha fallat 5.
11. Tenim un tonell amb 150 litres de vi i un altre amb 275 litres d'oli. El vi i l'oli es volen posar en garrafes d'igual cabuda, la més gran possible i sense barrejar els líquids.
 - a) Quants litres cal que tinga cada garrafa perquè no quede ni vi ni oli en cap tonell?
 - b) Quantes garrafes caldran?.
12. Dos vaixells han eixit junts del port de València, avui.
 - a) Quants dies tardaran a tornar a eixir junts si el primer ix cada 28 dies i el segon cada 42 dies?
 - b) Quants viatges haurà fet cada vaixell?.
13. Una plaça fa 45 m de llargada per 25 d'amplada. Si volem enrajolar-la amb rajoles quadrades totes iguals i tan grans com es puga.
 - a) Quina serà la longitud del costat de cada rajola?.
 - b) Quantes rajoles caldran?.
14. Un rètol lluminós s'encén cada 12 segons, un altre cada 20 i un tercer cada 35. Si a les 6 de la vesprada s'han encés tots tres a la vegada. Quants segons passaran per a tornar a coincidir?