

### REGLES DE DERIVACIÓ

Suma i resta	$(f + g)' = f' + g'$	$(f - g)' = f' - g'$
Producte per un real	$(\alpha f)' = \alpha f'$	
Producte	$(fg)' = f'g + fg'$	
Quocient	$\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f'g - fg'}{g^2}$	
Composició Regla de la cadena	$(g \circ f)'(x) = g'(f(x)) \cdot f'(x)$	

### DERIVADES DE FUNCIONS ELEMENTALS

Tipus	Formes	
	Simplex	Compostes
Potencial	$D k = 0$ $D x = 1$ $D x^n = n x^{n-1}$ $D \sqrt{x} = \frac{1}{2\sqrt{x}}$	$D f^n = n f^{n-1} \cdot f'$
Logarítmic	$D \ln x = \frac{1}{x}$ $D \log_a x = \frac{1}{x \cdot \ln a}, a > 0, a \neq 1$	$D \ln f = \frac{f'}{f}$ $D \log_a f = \frac{f'}{f \cdot \ln a}$
Exponencial	$D e^x = e^x$ $D a^x = a^x \cdot \ln a, a > 0, a \neq 1$	$D e^f = e^f \cdot f'$ $D a^f = a^f \cdot f' \cdot \ln a$
Sinus	$D \sin x = \cos x$	$D \sin f = f' \cdot \cos f$
Cosinus	$D \cos x = -\sin x$	$D \cos f = -f' \cdot \sin f$
Tangent	$D \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos^2 x} = 1 + \operatorname{tg}^2 x$	$D \operatorname{tg} f = \frac{f'}{\cos^2 f} = f'(1 + \operatorname{tg}^2 f)$
Cotangent	$D \operatorname{ctg} x = \frac{-1}{\sin^2 x} = -1 - \operatorname{ctg}^2 x$	$D \operatorname{ctg} f = \frac{-f'}{\sin^2 f} = -f'(1 + \operatorname{ctg}^2 f)$
Arc sinus	$D \arcsin x = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$D \arcsin f = \frac{f'}{\sqrt{1-f^2}}$
Arc cosinus	$D \arccos x = \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$D \arccos f = \frac{-f'}{\sqrt{1-f^2}}$
Arc tangent	$D \operatorname{arctg} x = \frac{1}{1+x^2}$	$D \operatorname{arctg} f = \frac{f'}{1+f^2}$
Arc cotangent	$D \operatorname{arcctg} x = \frac{-1}{1+x^2}$	$D \operatorname{arcctg} f = \frac{-f'}{1+f^2}$

Problemes.

1.- Calculeu les següents derivades amb la definició:

a) Si  $f(x) = 3x + 2$ ,  $f'(2)$ .

b) Si  $f(x) = 4x - 2$ ,  $f'(-1)$ .

c) Si  $f(x) = x^2 + 3$ ,  $f'(1)$ .

d) Si  $f(x) = 2x^2 - x + 2$ ,  $f'(2)$ .

e) Si  $f(x) = x^3$ ,  $f'(0)$ .

f) Si  $f(x) = x^3 - x$ ,  $f'(1)$ .

g) Si  $f(x) = \sqrt{x}$ ,  $f'(4)$ .

h) Si  $f(x) = \sqrt{x+1}$ ,  $f'(3)$

i) Si  $f(x) = \frac{1}{x}$ ,  $f'(-1)$

2.- Calculeu les derivades de les següents funcions:

a)  $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 4$

b)  $f(x) = x^3 - 9x^2 + 5$

c)  $f(x) = \frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 4x$

d)  $f(x) = \frac{1}{4}x^5 - 3x^2 + 4$

e)  $f(x) = x^{-1} + 3x^{-2} + 4x^{-3}$

d)  $f(x) = \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2} + \frac{4}{x^3}$

e)  $f(x) = \frac{7}{x^2} - \frac{3}{x} + 1 - 3x$

f)  $f(x) = \frac{2}{3x} + x + 1$

g)  $f(x) = 3x^{1/2} + x - 7$

h)  $f(x) = 3\sqrt{x} + x - 7$

i)  $f(x) = \sqrt{x^3} + \sqrt[5]{x} - 3\sqrt{x}$

j)  $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{x} - \frac{3}{\sqrt[3]{x}}$

k)  $f(x) = 4(5x^3 - 3x^2 - x)$

l)  $f(x) = \frac{\sqrt[3]{x^2}}{\sqrt{x}}$

m)  $f(x) = (2x + 1)(x^2 + 4)$

n)  $f(x) = (x^4 - 3x^2 + x)(x^2 - 1)$

o)  $f(x) = \frac{x+1}{x}$

p)  $f(x) = \frac{x}{x-1}$

q)  $f(x) = \frac{x^2+1}{x+1}$

$$r) f(x) = \frac{2}{x^2 - x}$$

$$s) f(x) = \frac{x^3}{x^2 - 1}$$

3.- Calculeu les derivades de les següents funcions:

$$a) f(x) = x^2 e^x$$

$$b) f(x) = 2^x \sqrt{x}$$

$$c) f(x) = x \cdot \sin x$$

$$d) f(x) = \cos x \cdot \ln x$$

$$e) f(x) = (x + 1) \operatorname{arctg} \cdot x$$

$$f) f(x) = \sqrt[3]{x} \cdot \operatorname{tg} x$$

$$g) f(x) = x^2 \cdot \sin x \cdot e^x$$

$$h) f(x) = \frac{x^3 + 1}{\ln x}$$

$$i) f(x) = \frac{e^x + 1}{e^x}$$

$$j) f(x) = \frac{2^x}{2^x + 2}$$

$$k) f(x) = \frac{x}{\operatorname{tg} x}$$

$$l) f(x) = \frac{x^2 + 1}{\sqrt{x}}$$

$$m) f(x) = \frac{\sqrt[3]{x}}{x + 1}$$

$$n) f(x) = \frac{\operatorname{arcsin} x}{x}$$

$$o) f(x) = \frac{\cos x}{3^x}$$

$$p) f(x) = \frac{2 \sin x + 1}{2 \cos x - 1}$$

q)  $f(x) = e^x \cdot \ln x$

r)  $f(x) = 3^x \cdot \sqrt[3]{x^2}$

s)  $f(x) = (x^2 - x + 1)e^x$

t)  $f(x) = \frac{x^2 - 3x}{e^x}$

u)  $f(x) = \frac{2 \ln x}{x}$

v)  $f(x) = \frac{x \cdot \sin x}{e^x}$

4.- Calculeu les derivades de les següents funcions:

a)  $f(x) = (5x^3 - 4x^2 - 1)^5$

b)  $f(x) = \ln(x^2 - x + 1)$

c)  $f(x) = \ln\left(\frac{x^3}{x-1}\right)$

d)  $f(x) = \sin(4x)$

e)  $f(x) = \sin^5 x$

f)  $f(x) = \cos x^5$

g)  $f(x) = \arcsin(x^2)$

h)  $f(x) = \frac{1}{4} \operatorname{arctg} \frac{x}{4}$

i)  $f(x) = e^{4x+1}$

j)  $f(x) = 3^{\sin x}$

k)  $f(x) = \ln(\operatorname{tg} x)$

l)  $f(x) = \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}$

m)  $f(x) = \ln(\ln x^2)$

5.- Calculeu les derivades de les següents funcions:

a)  $f(x) = \ln\left(\frac{x-3}{x+2}\right)$

b)  $f(x) = \sqrt{x^3 - 2x + 1}$

c)  $f(x) = \sqrt[3]{x^2 + 1}$

d)  $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 1}{2 + x}}$

e)  $f(x) = x\sqrt{x-1}$

f)  $f(x) = e^{x^4}$

g)  $f(x) = (x-1)\sqrt{x^2 + 1}$

h)  $f(x) = \ln(x^2 + 5x)^3$

i)  $f(x) = x^3 \cdot e^{2x}$

j)  $f(x) = 2^{\ln x}$

k)  $f(x) = e^{5x} \cdot \ln 3x$

l)  $f(x) = 3^{5x} \cdot \cos 2x$

m)  $f(x) = \ln(x^4 - 3x^2 - 1)$

n)  $f(x) = \sqrt{\frac{1 + \cos x}{2}}$

o)  $f(x) = \ln\sqrt{\cos x}$

p)  $f(x) = \arccos(\sqrt{x})$

q)  $f(x) = \arcsin\sqrt{1 - 4x^2}$

r)  $f(x) = \operatorname{tg}\left(x + \frac{1}{x}\right)$

s)  $f(x) = \cos(3^x)$

t)  $f(x) = \sin(\ln x)$

## Solucions

1.- Calculeu les següents derivades amb la definició:

a) $f'(2) = 3$	b) $f'(-1) = 4$	c) $f'(1) = 2$	d) $f'(2) = 7$
e) $f'(0) = 0$	f) $f'(1) = 2$	g) $f'(4) = \frac{1}{4}$	h) $f'(3) = \frac{1}{4}$
i) $f'(-1) = -1$			

2.- Calculeu les derivades de les següents funcions:

a) $6 \cdot x + 6 \cdot x^2$	b) $3 \cdot x^2 - 18 \cdot x$	c) $2 \cdot x^3 - x^2 + 4$	d) $-\frac{1}{x^2} - \frac{6}{x^3} - \frac{12}{x^4}$
e) $-\frac{1}{x^2} - \frac{6}{x^3} - \frac{12}{x^4}$	f) $\frac{3}{x^2} - \frac{14}{x^3} - 3$	g) $1 - \frac{2}{3 \cdot x^2}$	h) $\frac{3}{2 \cdot \sqrt{x}} + 1$
i) $\frac{3 \cdot \sqrt{x}}{2} - \frac{3}{2 \cdot \sqrt{x}} + \frac{1}{5 \cdot x^{\frac{4}{5}}}$	j) $\frac{-1}{2\sqrt{x^3}} - \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{1}{\sqrt[3]{x^4}}$	k) $60 \cdot x^2 - 24 \cdot x - 4$	l) $\frac{1}{6 \cdot \sqrt[6]{x^5}}$
m) $2 \cdot x + 6 \cdot x^2 + 8$	n) $6 \cdot x + 3 \cdot x^2 - 16 \cdot x^3 + 6 \cdot x^5 - 1$	o) $-\frac{1}{x^2}$	p) $-\frac{1}{(x-1)^2}$
q) $\frac{2 \cdot x + x^2 - 1}{(x+1)^2}$	r) $-\frac{2 \cdot (2 \cdot x - 1)}{x^2 \cdot (x-1)^2}$	s) $\frac{x^2 \cdot (x^2 - 3)}{(x^2 - 1)^2}$	

3.- Calculeu les derivades de les següents funcions:

a) $x \cdot e^x \cdot (x+2)$	b) $\frac{2^x \cdot (2 \cdot \ln(2) \cdot x + 1)}{2 \cdot \sqrt{x}}$	c) $\sin(x) + x \cdot \cos(x)$	d) $\frac{\cos(x) - x \cdot \ln(x) \cdot \sin(x)}{x}$
e) $\frac{x + \arctan(x) + x^2 \cdot \arctan(x) + 1}{x^2 + 1}$	f) $\frac{3 \cdot x + \tan(x) + 3 \cdot x \cdot \tan(x)^2}{3 \cdot x^3}$	g) $x \cdot e^x \cdot (2 \cdot \sin(x) + x \cdot \cos(x) + x \cdot \sin(x))$	
h) $\frac{x^2 \cdot (3 \cdot \ln(x) - 1)}{\ln(x)^2}$	i) $-e^{-x}$	j) $\frac{\ln(2) \cdot 2^{x+1}}{(2^x + 2)^2}$	k) $-\frac{x - \tan(x) + x \cdot \tan(x)^2}{\tan(x)^2}$
l) $\frac{3x^2 - 1}{2\sqrt{x^3}}$	m) $-\frac{2x-1}{3(x+1)^2 \sqrt[3]{x^2}}$	n) $\frac{x - \arcsin(x) \cdot \sqrt{1-x^2}}{x^2 \cdot \sqrt{1-x^2}}$	o) $-\frac{\sin x + \ln 3 \cdot \cos x}{3^x}$
p) $\frac{2 \cdot \sin(x) - 2 \cdot \cos(x) + 4}{(2 \cdot \cos(x) - 1)^2}$	q) $\frac{e^x + x \cdot e^x \cdot \ln(x)}{x}$	r) $\frac{3^x \cdot (3 \cdot \ln(3) \cdot x + 2)}{3 \cdot \sqrt[3]{x}}$	s) $x \cdot e^x \cdot (x+1)$
t) $-\frac{x^2 - 5x + 3}{e^x}$	u) $-\frac{2 \cdot (\ln(x) - 1)}{x^2}$	v) $\frac{\sin x + x \cdot \cos x - x \cdot \sin x}{e^x}$	

4- Calculeu les derivades de les següents funcions:

a) $5 \cdot x \cdot (15 \cdot x - 8) \cdot (4 \cdot x^2 - 5 \cdot x^3 + 1)^4$	b) $\frac{2 \cdot x - 1}{x^2 - x + 1}$	c) $\frac{2 \cdot x - 3}{x \cdot (x - 1)}$
d) $4 \cdot \cos(4 \cdot x)$	e) $5 \cdot \cos(x) \cdot \sin(x)^4$	f) $-5 \cdot x^4 \cdot \sin(x^5)$
g) $\frac{2 \cdot x}{\sqrt{1 - x^4}}$	h) $\frac{1}{16 \cdot \left(\frac{x^2}{16} + 1\right)}$	i) $4 \cdot e^{4 \cdot x + 1}$
j) $\ln(3) \cdot 3^{\sin(x)} \cdot \cos(x)$	k) $\frac{\tan(x)^2 + 1}{\tan(x)}$	
l) $\frac{1}{\sqrt{\frac{x-1}{x+1}} \cdot (x+1)^2}$	m) $\frac{2}{x \cdot \ln(x^2)}$	

5- Calculeu les derivades de les següents funcions:

a) $-\frac{5}{x - x^2 + 6}$	b) $\frac{3 \cdot x^2 - 2}{2 \cdot \sqrt{x^3 - 2 \cdot x + 1}}$	c) $\frac{2 \cdot x}{3 \cdot (x^2 + 1)^{\frac{2}{3}}}$	d) $\frac{4 \cdot x + x^2 + 1}{2 \cdot \sqrt{\frac{x^2 - 1}{x + 2}} \cdot (x + 2)^2}$
e) $\sqrt{x-1} + \frac{x}{2 \cdot \sqrt{x-1}}$	f) $4 \cdot x^3 \cdot e^{x^4}$	g) $\frac{\sqrt{x^2+1} + \frac{x \cdot (x-1)}{\sqrt{x^2+1}}}{5 \cdot x + x^2}$	h) $\frac{3 \cdot (2 \cdot x + 5)}{5 \cdot x + x^2}$
i) $x^2 \cdot e^{2 \cdot x} \cdot (2 \cdot x + 3)$	j) $\frac{\ln(2) \cdot 2^{\ln(x)}}{x}$	k) $\frac{e^{5 \cdot x}}{x} + 5 \cdot \ln(e) \cdot e^{5 \cdot x} \cdot \ln(3 \cdot x)$	
l) $5 \cdot \ln(3) \cdot 3^{5 \cdot x} \cdot \cos(2 \cdot x) - 2 \cdot 3^{5 \cdot x} \cdot \sin(2 \cdot x)$	m) $-\frac{4 \cdot x^3 - 6 \cdot x}{3 \cdot x^2 - x^4 + 1}$	n) $-\frac{\cos(x) + x \cdot \sin(x)}{2 \cdot x^2 \cdot \sqrt{\frac{x + \cos(x)}{x}}}$	
o) $-\frac{\sin(x)}{2 \cdot \cos(x)}$	p) $-\frac{1}{2 \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{1-x}}$	q) $-\frac{2 \cdot x}{\sqrt{1-4 \cdot x^2} \cdot \sqrt{x^2}}$	r) $-(\tan(x + \frac{1}{x})^2 + 1) \cdot (\frac{1}{x^2} - 1)$
s) $-\ln(3) \cdot 3^x \cdot \sin(3^x)$	t) $\frac{\cos(\ln(x))}{x}$		

