

Problemes àlgebra 17

161.- Demostreu que $\operatorname{arctg}\frac{1}{5} + \operatorname{arctg}2 + \operatorname{arctg}3 + \operatorname{arctg}\frac{2}{3} = \pi$.

162.- Resoleu la següent equació $(x + 3\sqrt{x} + 2)(x + 9\sqrt{x} + 18) = 168x$.
Mathscope 259.1

163.- Si $a \geq 0, b \geq 0$ demostreu que $a^3 - 3ab^2 + 2b^3 \geq 0$.
Kömal C1011, desembre 2009

164.- Suposem que a, b i c són tres nombres reals positius. Suposem, a més a més, que $a^n + b^n = c^n$ per a un cert nombre natural $n, n \geq 2$.
Demostreu que si k en un natural $1 \leq k < n$, aleshores, a^k, b^k, c^k són les longituds dels costats d'un triangle.
Crux Mathematicorum M400.

165.-

a) Siguen r, s i t les arrels de l'equació cúbica $w^3 - bw^2 + cw - d = 0$.
Determineu b, c i d en termes de r, s i t .

b) Suposem que a és un nombre real. Determineu totes les solucions del sistema d'equacions

$$\begin{cases} x + y + z = a \\ xy + yz + zx = -1 \\ xyz = -a \end{cases}$$

Crux mathematicorum M398.

166.- Simplifiqueu

a) $\sqrt{\sin^4 x + 4\cos^2 x} + \sqrt{\cos^4 x + 4\sin^2 x}$.

b) $\sqrt{\sin^4 x + 4\cos^2 x} - \sqrt{\cos^4 x + 4\sin^2 x}$.

167.- Resoleu el sistema $\begin{cases} xyz = 4104 \\ x + y + z = 77 \end{cases}$ en els nombres naturals.

Olimpiada argentina Mayo 2004.

168.- Siga $[x]$ part entera de x . Resoleu l'equació:

$$\left[\frac{1}{x}\right] + \left[\frac{3}{x}\right] = 4.$$

Crux Mathematicorum M421.

169.- Siga $\{a_n\}$ una successió geomètrica i de Fibonacci. Calculeu la raó de proporcionalitat.

170.- Resoleu el sistema $\begin{cases} \cos x + \cos y + \cos z = \frac{3\sqrt{3}}{2} \\ \sin x + \sin y + \sin z = \frac{3}{2} \end{cases}$.

Kömal març 2010. B4260.