

## Problemes d'Àlgebra 9

81.- La suma de dues solucions de l'equació  $x^3 - 503x^2 + (a+4)x - a = 0$  és 4. Determineu el valor de a.

82.- Sabent que les arrels de la família de polinomis  $p(z) = z^3 - 3\lambda iz^2 - 4\lambda^2 z + 2\lambda^3 i$  estan situades en el plànol complex sobre una recta paral·lela a l'eix real i sumen  $3\lambda i$  i una de les arrels del polinomi  $q(z) = (z^2 - 2\lambda^2 iz - \lambda^2(1 + \lambda^2))p(z)$  recorre l'eix imaginari.

a) Les altres arrels de  $q(x)$  que recorren?

b) Determineu la condició necessària i suficient a fi que les quatre arrels no imaginàries pures de  $q(z)$  siguin els vèrtexs d'un quadrat.

83.- Siguen les progressions aritmètiques i geomètriques amb primer terme  $a_1 = 1$  i raó natural que contenen el nombre 1987.

Siga  $G$ =el conjunt d'aquestes que són geomètriques i  $|G| = g$  el seu cardinal.

Siga  $A$ =el conjunt d'aquestes que són aritmètiques i  $|A| = a$  el seu cardinal.

a) Proveu que a i g són cubs perfectes. a - g nombre primer. a + g quadrat perfecte.

b) Calculeu  $A \cap G$ .

84. Resoleu l'equació  $x^2 - 871 = y^6$  en els nombres naturals.

85.- Demostreu que si  $\frac{l}{a} + \frac{m}{b} + \frac{n}{c} = 1$  i  $\frac{a}{l} + \frac{b}{m} + \frac{c}{n} = 0$  aleshores,  $\frac{l^2}{a^2} + \frac{m^2}{b^2} + \frac{n^2}{c^2} = 1$ .

86.- Resoleu en els nombres reals el sistema 
$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ xy + yz + zx = 9 \\ x^3 + y^3 + z^3 = 63 \end{cases} .$$

87.- Resoleu en els complexos l'equació  $z^4 + z^3 + z^2 + z + 1 = 0$ .

88.- Si  $x + y + z = 6$  proveu que  $x^2 + y^2 + z^2 \geq 12$ .

89.- Siguen a, b, c les arrels del polinomi  $x^3 - 2x^2 + x + 5$ . Calculeu  $a^4 + b^4 + c^4$ .

90.- El producte de dues arrels de les quatre arrels del polinomi  $x^4 - 18x^3 + k \cdot x^2 + 200x - 1984$  és -32. Determineu el valor de k.