

## Problemes d'anàlisi 10

91.- Un got cilíndric de radi  $a$  i altura  $h$  està inclinat de forma que l'aigua de l'interior bisecta la base i toca la vora superior del got. Determineu el volum de l'aigua continguda en el got.

Oposicions d'Extremadura 2006.

92.- Siga  $\{x_n\}$  la successió definida per:

$$x_0 = -\frac{1}{2}, \quad x_1 = 1, \quad x_{n+1} = 5x_n - 6x_{n-1} + 3 - 2n.$$

Calculeu el límit  $\lim_{n \rightarrow \infty} \left( \frac{1}{3^n} + \frac{1}{2^{2n}} \right) \cdot x_n$

93.-

a) Estudieu i representeu la funció,  $f(x) = \ln \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$ .

b) Calculeu la longitud d'arc de la corba anterior entre  $x = 2$  y  $x = 4$ .

Oposicions Cantàbria 2006.

94.- Calculeu el temps necessari per a creuar en línia recta i amb la mínima velocitat un carrer d'amplària  $c$  metres, per la que circulen en una sola direcció i per un únic carril, automòbils amb velocitat  $v$ , d'amplària  $b$  i espaiats un d'altre  $a$  metres.

Oposicions València 2001.

95.- Calculeu  $\lim_{n \rightarrow \infty} \ln \left\{ \prod_{k=1}^n \left( \frac{k^2 + \sqrt{k^4 + n^4}}{n^2} \right)^k \right\}^{\frac{1}{n^2}}$ .

Revista OIM problema 131.

96.- Determineu el menor valor  $k$  a fi que no existesca cap nombre real  $x$  verificant

$$k < \frac{2x - 7}{2x^2 - 2x - 5} < 1.$$

Olimpíada espanyola 1997. Fase local València.

97.- Calculeu el límit:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{\left(1 + \frac{2}{n}\right) \left(1 + \frac{4}{n}\right) \left(1 + \frac{6}{n}\right) \cdots \left(1 + \frac{2n}{n}\right)}.$$

98.- Trobeu totes les funcions reals  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  que compleixen que  $f(1) = 1$  i tals que  $f(x + y) = 3^y f(x) + 2^x f(y)$  per a tots els reals  $x, y$ .

99.- Determineu el nombre de solucions reals de l'equació  $x^2 = x \cdot \sin x + \cos x$ .

100.- Per a quins valors de  $n \in \mathbb{N}$  les tangents a la corba  $f(x) = x^n$  cobreixen el plànol?.