

Problemes Anàlisi 2

11.- Determineu el polinomi de grau 3 que passa pels punts:

X	4	6	8	10
Y	1	3	8	20

- a) Utilitzant la fórmula de Newton.
 b) Utilitzant la fórmula de Lagrange.

12.-

a) Utilitzant la fórmula d'interpolació de Newton calculeu:

$S_n = 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2$. b) Calculeu $S_n = 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3$.

c) Calculeu $S_n = 1^4 + 2^4 + 3^4 + \dots + n^4$.

13.- Calculeu el volum de la corba $\begin{cases} x = a \cdot \cos t \\ y = b \cdot \sin t \end{cases}$ al girar 360° sobre l'eix OX.

14.-

a) Calculeu l'àrea afitada entre l'eix OX i un arc de la cicloide.

b) Calculeu la longitud d'un arc de la cicloide

L'equació de la cicloide és $\begin{cases} x = a(t - \sin t) \\ y = a(1 - \cos t) \end{cases}$.

15.-

a) Calculeu l'àrea afitada per la corba $\rho = a(1 + \cos \omega)$ $\omega \in [0, 2\pi]$ (la cardioide).

b) Calculeu el volum engendrat per la cardioide al girar sobre l'eix polar.

16.- Demostreu que si la funció $f(x) = \sin(x) + \cos(bx)$ és periòdica aleshores b és racional.

17.- Donada la corba $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, es tracen tangents a ella que tallen els eixos OX

OY en els punts A, i B. Determineu el punt de tangència per al qual el segments \overline{AB} que es troba entre els semieixos positius, té longitud mínima, determineu la longitud del segment \overline{AB} .

18.- Siga la funció $f(x)$ contínua en $[0,1]$ tal que $f(0) = 0$ i derivable en $x \in]0,1[$.

Demostreu que si $f'(x)$ és creixent en $x \in]0,1[$ aleshores la funció $g(x) = \frac{f(x)}{x}$ és creixent en $x \in]0,1[$.

19.- De tots els trapezis que tenen tres costats iguals determineu el d'àrea màxima.

20.-

a) Si $f(x)$ és derivable en \mathbb{R} i $f'(x) = f(x)$ per a tot x , aleshores, existeix un nombre real c tal que $f(x) = c \cdot e^x$.

b) Determineu totes funcions reals que admeten derivada contínua en \mathbb{R} tals que per a tot x :

$$(f(x))^2 = \int_0^x ((f(t))^2 + (f'(t))^2) dt.$$