

Problemes d'Anàlisi 6

51.- Donada la corba d'equació $y^2 = x^2 - x^4$, es demana:

a) Dibuixeu-la.

b) Calculeu l'àrea limitada per la corba:

Oposicions Catalunya 2000.

52.- Determineu $a > 0$ de forma que el recinte limitat per la corba $y = \cos x$ amb

$x \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$ i els eixos coordenades quede dividit en dues parts de la mateixa àrea per la

corba $y = a \cdot \sin x$.

Oposicions Catalunya 1999.

53.- Considerem la funció $f(x) = |x + 1| + |x - 2|$.

a) Representeu-la gràficament.

b) Calculeu $\int_1^3 f(x) dx$.

Oposicions Catalunya 1993.

54.- Calculeu:

$$L = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} (\sqrt{2n-1} + \sqrt{2(2n-2)} + \dots + \sqrt{k(2n-k)} + \dots + \sqrt{n(2n-n)})$$

Oposicions Catalunya 2000.

55.- Un con circular es talla per un pla perpendicular a l seu eix, determinant un cercle que és base d'un altre con, el qual té el vèrtex en el centre de la base del primer con. Determineu el con de volum màxim que es pot construir de la manera indicada i la relació entre el dos cons.

Oposicions de Catalunya 1999.

56.- Calculeu l'àrea limitada per $y^2 = \frac{1-x}{1+x}$ i la seua asymptota.

Oposicions Catalunya 1999.

57.- Calculeu la integral $\int_0^{1993} \left(\frac{E(x)}{2} - E\left(\frac{x}{2}\right) \right) dx$, on $E(x)$ és la funció part entera:

Oposicions Catalunya 1993.

58.- Siga $f(x)$ una funció contínua en $[0,1]$ i derivable en $]0,1[$ amb $f(0) = 0$ i $f'(x)$ creixent. Demostreu que és creixent $\frac{f(x)}{x}$.

Oposicions Catalunya 1999.

59.- Discutiu en funció de k , el nombre de solucions de l'equació: $kx - e^x = 0$.

Oposicions Catalunya 1993.

60.- Considereu la funció $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definida de la forma $f(x) = \ln(x) - x + 3$.

a) Demostreu que $f(x) = 0$ té exactament dues solucions a i b tals que $a < 1 < b$.

b) Donat un punt $x_1 \in]1, b[$, definim la successió $\{x_n\}$ de la forma $x_{n+1} = 3 + \ln(x_n)$, $n > 0$. Demostreu que $x_n \in]1, b[$, $\forall n \in \mathbb{N}$ i que $\{x_n\}$ és convergent. Calculeu el límit.

Oposicions Catalunya 2000.