

## Problemes Anàlisi 8

71.- Donada la successió de terme general  $a_n$  tal que  $a_n = 5a_{n-1} + 3$ ,  $a_1 = 2$ .

a) Determineu  $E = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{5^n}$ .

b) Calculeu  $\lim_{x \rightarrow 0} (e^x + 3x)^{\frac{1}{x}}$ .

Oposicions Andalusia 2004.

72.- Determineu en cadascun dels casos, les equacions de les corbes que verifiquen les condicions:

a) El pendent de la tangent en un punt qualsevol  $(x, y)$  és la meitat del pendent de la recta que uneix aquest punt amb l'origen.

b) La normal en cada punt, la recta que uneix aquest punt amb l'origen i l'eix OX formen un triangle isòsceles que té en l'eix OX el costat desigual.

c) El segment de la normal traçada a qualsevol punt  $(x, y)$  que té extrems aquest punt i la seua intersecció amb OX es divideix en dues parts iguals per l'eix OY.

Oposicions Càceres 2002.

73.- Determineu l'equació de la recta tangent a la corba  $y = 3x^4 - 4x^3$  en dos punts distints.

74.- Calculeu la integral  $\int_{-1}^1 \frac{x^{2n}}{1+e^x} dx$ .

75.- Siga  $f : ]0, +\infty[ \rightarrow ]0, +\infty[$  una funció tal que  $f(x) \cdot f(y) - f(xy) = \frac{x}{y} + \frac{y}{x}$ ,  $x, y > 0$ .

a) Calculeu  $f(1)$ .

b) Calculeu  $f(x)$ .

76.- Calculeu l'àrea limitada per la gràfica de la funció  $f(x) = e^{-x} \sin x$  i el semieix positiu OX.

Oposicions Eivissa 2002.

77.- Demostreu que per a tot  $x \in \mathbb{R}^+$ ,  $x - \frac{x^2}{2} < \ln(1+x) < x$ .

Oposicions Eivissa 2002.

78.- Calculeu  $\lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{p=1}^n \left(1 + \frac{p}{n^2}\right)$ .

Oposicions Eivissa 2002.

79.- Calculeu el següent límit:

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n^2} \left( \frac{2}{1} + \frac{3^2}{2} + \frac{4^3}{3^2} + \dots + \frac{(n+1)^n}{n^{n-1}} \right)$ . Oposicions Castella-Lleó 2004.

80.- Justifiqueu si existeix alguna funció  $f(x)$  derivable en tots els reals amb  $|f(x)| < 2$  per a tots els reals i que compleisca  $f(x) \cdot f'(x) \geq \sin x$ .

Oposicions Madrid 2004.

