

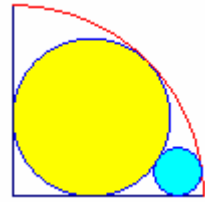
## Problemes de geometria 14

1.- Una circumferència de centre C està inscrita en un quadrant de circumferència de centre O.

Una altra circumferència, de centre Q, és exterior, i tangent, a la circumferència de centre C i interior, i tangent a un dels radis i a l'arc, al quadrant.

Si P és el peu de la perpendicular des de Q a la línia de centres OC, proveu que  $\overline{OQ} + \overline{QP} = 2 \cdot \overline{OP}$ .

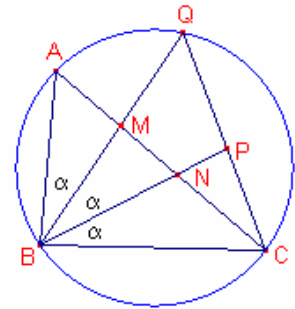
Oposicions Balears 2006.



2.- Donat el triangle  $\triangle ABC$ . Siguen les circumferències  $C_1, C_2$  que passen pels punts B, C i intersecten els costats  $\overline{AB}, \overline{AC}$  en els punts  $B', C'$  (la circumferència  $C_1$ ) i en els punts  $B'', C''$  (la circumferència  $C_2$ ). Proveu que els segments  $\overline{B'C'}$  i  $\overline{B''C''}$  són paral·lels.

3.- Mitjançant un segment, volem tallar un triangle rectangle isòsceles T, de catets unitaris, en dos polígons que tinguin la mateixa àrea. Trobeu els extrems i la longitud del segment de longitud mínima que divideix el triangle T en dos polígons de la mateixa àrea. Aquest segment, és únic?.

4.- En la figura següent proveu que  $\frac{\overline{AM}}{\overline{AN}} + \frac{\overline{CP}}{\overline{CQ}} = 1$ .



5.- Siga el triangle rectangle  $\triangle ABC$ ,  $A = 90^\circ$ . Siguen P, Q, R els punts simètrics de A, B, C respecte  $\overline{BC}, \overline{AC}, \overline{AB}$  respectivament.

Calculeu la raó entre les àrees dels triangles  $\triangle ABC, \triangle PQR$ .

6.- Siga ABCDEFG un heptàgon regular. Proveu que  $\frac{1}{AB} = \frac{1}{AC} + \frac{1}{AD}$ .

7.- Siga el triangle rectangle  $\triangle ABC$ ,  $A = 90^\circ$ . Siguen D i E punts dels costats  $\overline{AC}$  i  $\overline{BD}$  respectivament, tals que  $\overline{AE}$  i  $\overline{BC}$  són perpendiculars i  $\overline{BD} = \overline{DC} = \overline{EC} = 1$ . Determineu la longitud del costat  $\overline{AC}$ .

8.- Entre quins valors pot estar la distància entre l'incentre i el baricentre d'un triangle rectangle d'hipotenusa a. Shariguin I159.

9.- Proveu que els costats d'un triangle tal que el cercle inscrit talla una de les mitjanes en tres parts iguals són proporcionals a 5, 10 i 13.

10.- Siguen a, b, c els costats d'un triangle de semiperímetre p i R el radi de la circumferència circumscrita. Demostreu que  $\frac{a^3}{\sin A} + \frac{b^3}{\sin B} + \frac{c^3}{\sin C} \geq \frac{8Rp^2}{3}$ .