

## Problemes de Geometria 22

1.- Dues circumferències de radi  $R$  i  $\frac{R}{2}$  són tangents exteriors. Un segment de longitud  $2R$  té un extrem en el centre de la circumferència menuda i forma un angle de  $30^\circ$  amb la recta que formen els centres. Determineu la part del segment que queda fora de les circumferències (el segment talla les dues circumferències).  
Shariguin I86

2.- En un triangle  $\triangle ABC$ ,  $\overline{AB} = 3$ ,  $\overline{BC} = 5$ ,  $\overline{AC} = 7$ , i a més a més, les bisectrius  $\overline{AD}$  i  $\overline{CE}$  es tallen en  $P$ . Calculeu  $\overline{AP}$ .  
Concurs Puig Adam XXIV.

3.- En un triangle  $\triangle ABC$ , la bisectriu de l'angle  $B$  talla el costat  $\overline{AC}$  en el punt  $D$ . Demostreu que la longitud del segment  $\overline{BD}$  és menor que la mitjana geomètrica dels costats  $\overline{BA}$  i  $\overline{BC}$ .  
Concurs Puig Adam XXIV.

4.- Resoleu un triangle rectangle coneguts els radis de les circumferències inscrita i circumscriu.  
Proposat per Carlos Benlloch, professor de dibuix.

5.- En un triangle rectangle isòsceles  $\triangle ABC$ ,  $C = 90^\circ$  s'obre la hipotenusa  $\overline{AB}$  s'agafen els punts  $K, M$  ( $K$  entre  $A$  i  $M$ ) tal que  $\angle KCM = 45^\circ$ .  
Proveu que  $\overline{KM}^2 = \overline{AK}^2 + \overline{BM}^2$ .

6.- L'altura baixada des del vèrtex de l'angle recte d'un triangle rectangle divideix el triangle en dos triangles en cadascun dels quals s'ha inscrit una circumferència. Determineu els angles i l'àrea del triangle format pels catets i la recta que uneix els centres de les circumferències inscrites si l'altura sobre la hipotenusa del triangle inicial és  $h$ .  
Shariguin I294

7.- En els costats  $\overline{AB}$  i  $\overline{BC}$  del quadrat s'agafen els punts  $M, N$ , respectivament, tal que  $\overline{BM} + \overline{BN} = \overline{AB}$ . Demostreu que les rectes  $DM, DN$  divideixen la diagonal  $\overline{AC}$  en tres segments amb els quals és pot construir un triangle tal que un dels seus angles mesura  $60^\circ$ .  
Shariguin I288

8.- Una circumferència està inscrita en un trapezi. Determineu l'àrea del trapezi, si es coneix la longitud  $a$  d'una de les bases i els segments  $b$  i  $d$ , en els quals queda dividits pel punt de tangència un dels costats no paral·lels (el segment  $b$  és l'adjacent a la base donada  $a$ ).  
Shariguin I168.

9.- Els costats  $\overline{AB}$  i  $\overline{CD}$  d'un quadrilàter  $ABCD$  són perpendiculars i són els diàmetres de dues circumferències iguals i tangents de radi  $r$ . Determineu l'àrea del quadrilàter  $ABCD$  si  $\overline{BC} : \overline{AD} = k$ .  
Shariguin I172

10.- Donat un angle de magnitud  $\alpha$  amb vèrtex  $A$  i un punt  $B$  interior a l'angle a distàncies  $a$  i  $b$  dels costats de l'angle. Determineu  $\overline{AB}$ .  
Shariguin I177.