

Problemes geometria 6

1.- Considerem un ortoedre de base un quadrat de costat a . Siguen A, B, C, D els vèrtexs del quadrat d'una de les bases i A', B', C', D' els corresponents a l'altra base. Considerem M el punt mig del segment \overline{AB} i N el punt mig del $\overline{B'C'}$. Construïm un triangle de vèrtexs els punts M, C i P essent P un punt variable del segment $\overline{ND'}$.

a) Calculeu la posició del punt P de manera que l'àrea del triangle $\triangle MCP$ siga mínima.

b) Calculeu la posició del punt P de manera que l'àrea del triangle $\triangle MCP$ siga màxima.
Oposicions Catalunya 2000.

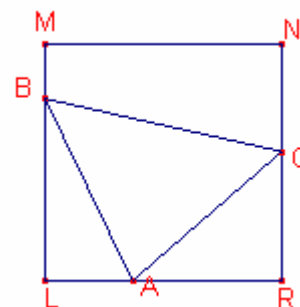
2.- Demostreu que en tot triangle la suma de les mitjanes és major que $\frac{3}{4}$ del perímetre, però menor que el perímetre. Oposicions Catalunya 1999.

3.- Considerem un pentàgon regular. En traçar les diagonals es forma en el seu interior un nou pentàgon regular. Quina és la relació entre les àrees dels dos pentàgons.
Oposicions Catalunya 1993.

4.- Siguen dos segments $\overline{AB}, \overline{BC}$ d'igual longitud d i articulats pel punt B . El punt A està sobre l'origen de coordenades i el C varia sobre la part positiva de l'eix OX . Determineu l'equació del lloc geomètric d'un punt P situat sobre el segment \overline{BC} a una distància p del punt C . Dibuixeu el lloc geomètric. Oposicions Catalunya 2000

5.- Demostreu que les rectes que uneixen punts mitjans d'arestes oposades d'un tetràedre passen per un mateix punt.
Oposicions Catalunya 1999.

6.- Sobre un quadrat $LMNR$ de costat 1 tenim tres punts A, B, C tals que les figures ALB, ARC i $BMNC$ tenen la mateixa àrea. Calculeu l'àrea màxima i mínima del triangle $\triangle ABC$. Oposicions Catalunya 1998.



7.- Tres esferes del mateix radi estan sobre una taula de tal manera que cadascuna està en contacte amb les altres dues. Determineu el radi de l'esfera més gran possible que es pot situar entre la taula i les altres esferes. Oposicions Catalunya 1993.

8.- Considerem el cercle C_1 de centre $O(0,0)$ i radi q .

Siga M el punt mig del segment d'extremes $A(0,1), B(1,0)$.

Considerem el cercle C_2 de centre M i diàmetre \overline{AB} .

Calculeu l'àrea de la superfície L de la regió en forma de quart de lluna que s'obté al treure a C_2 la part comuna amb C_1 (lúnula d'Hipòcrates). Oposicions Catalunya 1999.

9.- Siga un trapezi isòsceles amb bases a i c i altura h .

a) Sobre l'eix de simetria d'aquest trapezi, determineu els punts P des dels quals es veuen els costats iguals del trapezi sota un angle recte, calculant la distància de P a cada base.

b) Determineu en quines condicions existeix P (discutiu els diversos casos que es poden donar). Oposicions Catalunya 2000

10.- Determineu el lloc geomètric dels punts del pla $P(x,y)$, tal que les rectes tangents de P a la corba $x^2y = 1$ són perpendiculars. Oposicions Catalunya 1998.