

Problemes geometria 9

1.- Les rectes r , s , t són paral·leles, s està entre les altres dues a una distància p , q respectivament.

Calculeu el costat d'un triangle equilàter els vèrtexs del qual estan sobre les 3 rectes.

2.- Siga G el baricentre d'un triangle $\triangle ABC$. Siguen g_a, g_b, g_c les distàncies de G als costats a, b, c respectivament. Siga r el radi de la circumferència inscrita. Proveu que:

a) $g_a \geq \frac{2r}{3}, g_b \geq \frac{2r}{3}, g_c \geq \frac{2r}{3}$.

b) $\frac{g_a + g_b + g_c}{r} \geq 3$.

3.- Siga un terreny de forma triangle pitagòric (rectangle i els costats són nombres naturals) que el catet menor mesura 24 centímetres. Determineu la longitud dels altres costats a fi que l'àrea siga màxima i mínima.

4.- Calculeu l'àrea d'un quadrilàter convex si coneguem l'àrea de tres dels quatre triangles en què queda dividit mitjançant les dues diagonals.

5.- Siga un quadrilàter convex de vèrtexs $ABCD$ la superfície del qual és S . Es prolonga el costat \overline{AB} pel punt B fins un punt M , tal que $\overline{BM} = \frac{1}{2}\overline{AB}$. Anàlogament, es

prolonga el costat \overline{BC} pel punt C fins un punt N , tal que $\overline{CN} = \frac{1}{2}\overline{BC}$, el costat \overline{CD} és

prolonga des de D fins el punt P tal que $\overline{DP} = \frac{1}{2}\overline{CD}$ i per últim es prolonga el costat

\overline{DA} des del punt A fins el punt Q , tal que $\overline{AQ} = \frac{1}{2}\overline{DA}$. Calculeu l'àrea del quadrilàter

$MNPQ$.

Oposicions Badajoz 2000.

6.- Una circumferència de radi r es mou rodant sobre l'eix d'abscisses, En cada posició de la circumferència es traça la tangent no horitzontal a la circumferència que passa pel l'origen O de coordenades, la qual talla en M a la vertical que passa pel centre C de la circumferència. Pel punt M es traça la tangent a la circumferència (simètrica de l'anterior OM respecte de la vertical CM) que talla en A l'eix OX .

a) Determineu l'equació del lloc geomètric dels punts M .

b) Dibuixeu la seua gràfica.

c) Demostreu que la recta AC , passa per un punt fix per a totes les posicions de la circumferència.

Oposicions Astúries 2004.

7.- Siga $\triangle ABC$ un triangle qualsevol. Amb un punt D s'obté un quadrilàter $ABCD$. Construïm les bisectrius dels angles $\angle DAB$ i $\angle DCB$. On es troba el punt D a fi que les bisectrius dels angles $\angle DAB$ i $\angle DCB$ siguin paral·leles?.

8.- Siguen h_a, h_b, h_c , les tres altures del triangle $\triangle ABC$ tals que $h_a = h_b + h_c$.

La recta que passa pels peus de les bisectrius interiors dels angles B i C passa pel baricentre del triangle.

Oposicions Eivissa 2002.

9.- Determineu l'angle agut d'un rombe, el costat del qual és mitjana proporcional de les seues diagonals.

Shariguin I31.

10.- En una circumferència de radi r s'escullen 3 punts de manera que la circumferència queda dividida en tres arcs que estan en proporció 3:4:5. Des d'aquests punts són traçades les tangents a la circumferència. Determineu l'àrea del triangle format per les tres tangents.

Shariguin I36