

Problemes de nombres 4

- 1.- Demostreu que $n^4 + 4$, amb $n \in \mathbb{N}$, només és primer quan $n = 1$.
Oposicions Catalunya 1993.
- 2.- Demostreu que $n(n^2 + 5)$ és divisible per 6 per a tot n natural.
Oposicions Catalunya 1999.
- 3.- Demostreu que un nombre natural és un quadrat perfecte si i només si té un nombre imparell de divisors.
Oposicions Catalunya 1993.
- 4.- Demostreu que $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.
- 5.- Demostreu que per a tot n natural $n^3 + (n+1)^3 + (n+2)^3$ és múltiple de 9.
- 6.- Demostreu que $n^4 + 6n^3 + 11n^2 + 6n$ és múltiple de 24.
- 7.- Demostreu que $1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3} \quad \forall n \in \mathbb{N}$.
- 8.- Demostreu que $4^n + 15n - 1$ és múltiple de 9 per a tot n natural.
- 9.- Demostreu que $2^{n+5} \cdot 3^{4n} + 5^{3n+1}$ és múltiple de 37 per a tot n natural.
- 10.- Demostreu que per a tot natural $A = 2903^n - 803^n - 464^n + 261^n$ és divisible per 1897.
Oposicions Múrcia 2002.