

Problemes Nombres 9

- 1.- Determineu tots els nombres enters n tal que $\frac{n+98}{n+19}$ siga enter.
- 2.- Siguen $a, b, i c$ nombres enters tals que $ab - (a + b) = 19$ i $bc - (b + c) = 97$, determineu tots els valors possibles de $ca - (c - a)$.
- 3.- Resoleu les següents qüestions de divisibilitat:
 - a) En una batalla en què participen entre 10000 i 11000 soldats, resultaren morts $\frac{23}{165}$ del total i ferits $\frac{35}{143}$ del total. Determineu quants soldats resultaren il·lesos.
 - b) Determineu el nombre $N = 2^a \cdot 5^b$ sabent que la suma dels seus divisors és 961 Oposicions Andalusia 2000.
- 4.- Determineu totes les solucions de l'equació $n \cdot 2^{n-1} + 1 = m^2$ amb n, n naturals.
- 5.- Proveu que si $10a + b$ és múltiple de 7 aleshores, $a - 2b$ és múltiple de 7. Crux Mathematicorum.
- 6.-
 - a) Proveu que $121_{(b)}$ és un quadrat perfecte per a qualsevol base $b > 2$.
 - b) Determineu el menor valor de b a fi que $232_{(b)}$ siga un quadrat perfecte. Crux Mathematicorum.
- 7.- Resoleu l'equació:
$$100^{\frac{1}{n}} \cdot 100^{\frac{2}{n}} \cdot 100^{\frac{3}{n}} \cdot \dots \cdot 100^{\frac{2006}{n}} = 1000 .$$
- 8.- Utilitzant només els dígit 2 i a es forma el següent nombre de 90 xifres:
 $2a22a222a2222a \dots 22 \dots 2a$
Si el nombre és múltiple de 9. Quins valors són possibles per a a ?
- 9.- Si m és un nombre natural que acaba amb 5, proveu que $12^m + 9^m + 8^m + 6^m$ és múltiple de 1991.
- 10.- Siga n un nombre natural. Trobeu els valors de n a fi que $\frac{1+11n}{2n-1}$ siga enter.