En la figura es representa una de les finestres de la Catedral de Lincoln i una part dels bitllets de 20 euros.

Està formada per dos arc de centre B i C, respectivament i de radi $\overline{BC}$ que s'intersecten en el punt A.

Siga M el punt mig del segment $\overline{BC}$.

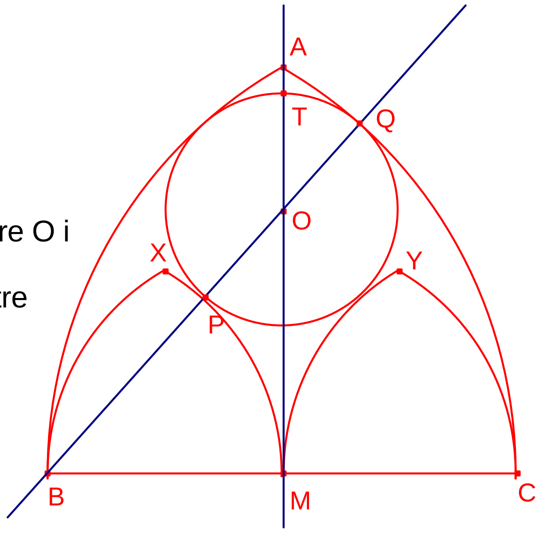
Amb centre B i M és dibuixen dos arcs de radi $\overline{BM}$ que s'intersecten en el punt X

Amb centre C i M és dibuixen dos arcs de radi $\overline{BM}$ que s'intersecten el el punt Y.
Es dibuixa una circumferència de centre O que és tangent a 4 arcs.

Siga T el punt on el segment $\overline{AM}$ talla la circumferència anterior més prop de A.

a) Fetermineu el radi $\overline{OT}$ de la circumferència.

b) Determineu la raó entre $\overline{TM}$ i $\overline{BM}$.



Solució:

Siga $R=\overline{BM}$ radi dels 4 arcs menuts.

$\overline{BC}=2R$ radi dels dos arcs majors.

Siga P el punt de tangència de la circumferència de centre O i l'arc MX.

Siga Q el punt de tangència de la circumferència de centre O i arc CA.

Siga $r=\overline{OP}=\overline{OQ}=\overline{OT}$ radi de la circumferència.
Determinem el seu valor.

$\overline{BO}=\overline{BP}+\overline{OP}=R+r$.

$\overline{BO}=\overline{BQ}-\overline{OQ}=2R-r$.

Igualant les expressions:

$R+r=2R-r$. Resolent l'equació en la incògnita r:

$r=\frac{1}{2}R$.

Calculem $\overline{MT}$.

$\overline{BO}=R+r=\frac{3}{2}R$.

Aplicant el teorema de Pitàgores al triangle rectangle $\overset{\Delta}{BMO}$:

$$\overline{MO}=\sqrt{\left(\frac{3}{2}R\right)^2-R^2}=\frac{\sqrt{5}}{2}R$$

$$\overline{MT}=\overline{MO}+\overline{OT}=\frac{\sqrt{5}}{2}R+\frac{1}{2}R=\frac{1+\sqrt{5}}{2}R.$$

$$\frac{\overline{MT}}{\overline{BM}}=\frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$