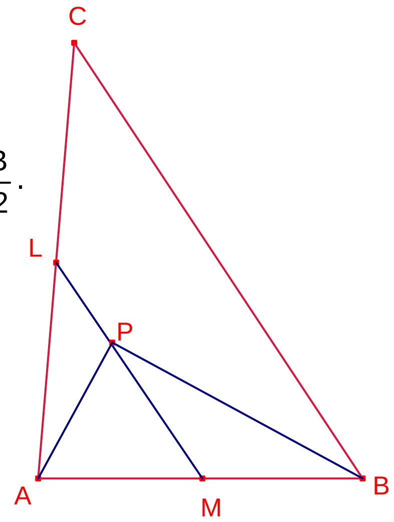
Problema 12

En un triangle $\overset{\Delta}{ABC}$, L és el punt mig del costat $\overline{AC}$ i M és el punt mig del costat $\overline{AB}$.
Si P es un punt de la semirecta ML tal que $\overline{MP} = \overline{MA}$. Proveu que $\angle PBA = \angle PBC$.
Crux Mathematicorum M433

Solució:



El segment $\overline{ML}$ és paral·lela mitjana del triangle $\overset{\Delta}{ABC}$.
Aleshores $\angle AML = B$.

El triangle $\overset{\Delta}{AMP}$ és isòsceles, $\overline{MP} = \overline{MA}$. Aleshores, $\angle PAM = 90º - \dfrac{B}{2}$.

$\overline{PM}$ és mitjana del triangle $\overset{\Delta}{APM}$. $\overline{MP} = \overline{MA} = \dfrac{1}{2}\overline{AB}$.

Aleshores el triangle $\overset{\Delta}{APM}$ és rectangle, $\angle APB = 90º$.

Per tant, $\angle PBA = 90º - \angle PAB = \dfrac{B}{2}$.

$\angle PBC = B - \angle PBA = \dfrac{B}{2}$.

Aleshores, $\angle PBA = \angle PBC$.