

Dues revistes de problemes

Ricard Peiró i Estruch. Llicenciat de Matemàtiques. Universitat de València.

Professor de Matemàtiques. IES "Abastos" València.

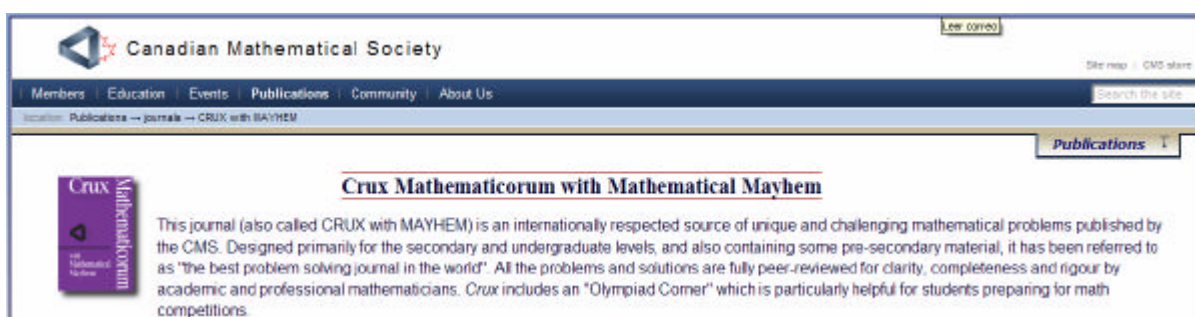
Una de les tasques lúdiques que satisfà més els matemàtics i que hauríem d'inculcar als estudiants és la resolució de problemes.

Aquest joc requereix una forta concentració i preparació i ens dona, després de diversos intents, satisfaccions o frustracions que són inherents al joc.

Les revistes de problemes són:

La canadenca Crux Mathematicorum <http://www.cms.math.ca/crux/>, la qual té una secció lliure (Mayhem) dedicada a l'ensenyament mitjà i la sevillana TriángulosCabri <http://personal.us.es/rbarroso/trianguloscabri/> que dirigeix, des de fa més de 10 anys, el professor Ricardo Barroso. Totes dues efectuen una gran tasca de divulgació de la resolució de problemes amb la proposició de problemes i publicació de les seues solucions, efectuades per un gran conjunt de col·laboradors.

Amb la comunicació presente les dues revistes i propose als participants la possibilitat per participació en les mateixes.



La revista **Crux Mathematicorum** està editada per la Canadian Mathematical society, aquest any és publica el volum 36.

Crec que és la revista més completa dedicada a la resolució de problemes, perquè va dirigida a distints nivells (primàri, secundàri,

universitari,...) i per la gran varietat de problemes (numèrics, geomètrics, algebraics,...)

La revista presentada en format pdf i en paper per als subscriptors es publica amb 8 números a l'any. La temàtica és la resolució de problemes de distinta dificultat. També publiquen articles monogràfics i d'opinió.

Des del volum 22 fins el 30 són completament lliures i es poden descarregar des de la seua pàgina web.

La revista publica els enunciats en francès i anglés, les solucions estan només en anglés.

Les seccions de la revista són:

SKOLIAD. Apartat de problemes de nivell de primària.

MATHEMATICAL MAYHEM. Apartat de problemes de nivell de secundària i batxillerat. Aquesta secció és lliure en tots els seus números i per la temàtica la més interessant per als nostres alumnes.

PROBLEM OF THE MONTH. Estudi sobre un problema especial.

THE OLYMPIAD CORNER. Apartat de problemes proposats en les distints olimpíades.

BOOK REVIEWS. Apartat de comentaris sobre llibres publicats de matemàtiques.

PROBLEMS. Apartat de problemes d'alt nivell.

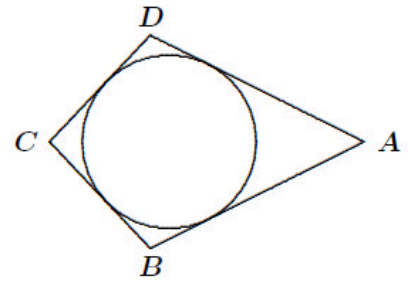
Els problemes MATHEMATICAL MAYHEM són proposats per professors, alumnes o els editors de la revista. Es donen 3 mesos per poder resoldre'ls i enviar la solució a una direcció electrònica. De cada problema només publiquen una solució (al voltant d'un any de la seua publicació), la que els editors consideren més original.

El problema següent va ser publicat en el volum 35 número 4.

La seua publicació s'ha efectuat en el volum 36 número 2.

M395. *Proposed by the Mayhem Staff.*

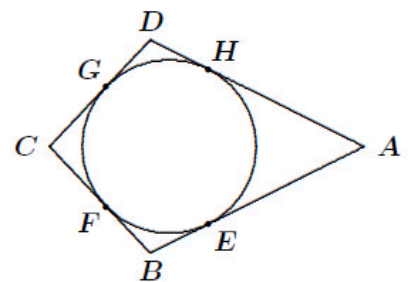
The quadrilateral $ABCD$ is such that each of its sides is tangent to a given circle, as shown. If $AB = AD$, prove that $BC = CD$.



Solution by Jaclyn Chang, student, Western Canada High School, Calgary, AB.

In the diagram, $AB = AD$, and AB, BC, CD, DA are tangent to the circle at E, F, G, H , respectively.

Because of the theorem that says that the two tangents to a circle from a given exterior point have the same length, then $AE = AH$, $BE = BF$, $CF = CG$, and $DG = DH$.



Also, since $AB = AD$, then $AH + DH = AE + BE$. But $AH = AE$, so $DH = BE$. But $DG = DH$ and $BE = BF$, so $DG = BF$. Since $CF = CG$, then $BC = BF + CF = DG + CG = CD$, as required.

Also solved by EDIN AJANOVIC, student, First Bosniak High School, Sarajevo, Bosnia and Herzegovina; GEORGE APOSTOLOPOULOS, Messolonghi, Greece; HUGO LUYO SÁNCHEZ, Pontificia Universidad Católica del Perú, Lima, Peru; RICARD PEIRÓ, IES "Abastos", Valencia, Spain; BRUNO SALGUEIRO FANEGO, Viveiro, Spain; JIXUAN WANG, student, Don Mills Collegiate Institute, Toronto, ON; GUSNADI WIYOGA, student, SMPN 8, Yogyakarta, Indonesia; and KONSTANTINE ZELATOR, University of Pittsburgh, Pittsburgh, PA, USA. There was one incomplete solution submitted.

Podem observar la gran diversitat de nacionalitat dels que resolen els problemes.

Un problema de la secció PROBLEMS:

3318. [2008 : 103, 105] *Proposed by D. E. Prithwiji, University College Cork, Republic of Ireland.*

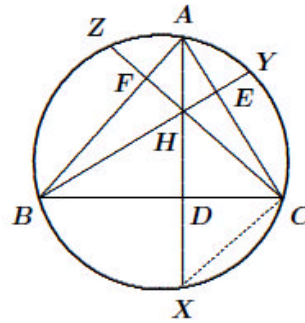
The altitudes AD , BE , and CF of $\triangle ABC$ are produced to meet the circumcircle at X , Y , and Z , respectively. Prove that

$$\frac{AX}{AD} + \frac{BY}{BE} + \frac{CZ}{CF} = 4.$$

Similar solutions by Miguel Amengual Covas, Cala Figuera, Mallorca, Spain; George Apostolopoulos, Messolonghi, Greece; Ricardo Barroso Campos, University of Seville, Seville, Spain; Cao Minh Quang, Nguyen Binh Khiem High School, Vinh Long, Vietnam; Apostolis K. Demis, Varvakeio High School, Athens, Greece; Andrea Munaro, student, University of Trento, Trento, Italy; and George Tsapakidis, Agrinio, Greece.

Let H be the orthocentre of $\triangle ABC$. The proof is trivial when the triangle ABC is right-angled. We now assume that $\triangle ABC$ is acute. The right triangles CDH and CDX are congruent, because

$$\begin{aligned} \angle DHC &= 90^\circ - \angle DCH \\ &= 90^\circ - \angle BCF \\ &= 90^\circ - (90^\circ - \angle B) \\ &= \angle B = \angle AXC \\ &= \angle DXC. \end{aligned}$$



Hence, $XD = HD$. Similarly, $YE = HE$ and $ZF = HF$. Let $[ABC]$ denote the area of triangle ABC . We have

$$\begin{aligned} \frac{AX}{AD} + \frac{BY}{BE} + \frac{CZ}{CF} &= \frac{AD + XD}{AD} + \frac{BE + YE}{BE} + \frac{CF + ZF}{CF} \\ &= \frac{AD + HD}{AD} + \frac{BE + HE}{BE} + \frac{CF + HF}{CF} \\ &= 3 + \frac{HD}{AD} + \frac{HE}{BE} + \frac{HF}{CF} \\ &= 3 + \frac{[HBC]}{[ABC]} + \frac{[HAC]}{[ABC]} + \frac{[HAB]}{[ABC]} \\ &= 3 + \frac{[ABC]}{[ABC]} = 4. \end{aligned}$$

Also solved by ŠEFKET ARSLANAGIĆ, University of Sarajevo, Sarajevo, Bosnia and Herzegovina; MICHEL BATAILLE, Rouen, France; CHIP CURTIS, Missouri Southern State University, Joplin, MO, USA; IAN JUNE L. GARCES, Ateneo de Manila University, Quezon City, The Philippines; OLIVER GEUPEL, Brühl, NRW, Germany; JOHN G. HEUVER, Grande Prairie, AB; WALTHER JANOUS, Ursulinengymnasium, Innsbruck, Austria; VÁCLAV KONEČNÝ, Big Rapids, MI, USA; SALEM MALIKIĆ, student, Sarajevo College, Sarajevo, Bosnia and Herzegovina; RICARD PEIRÓ, IES "Abastos", Valencia, Spain; SALEM MALIKIĆ, student, Sarajevo College, Sarajevo, Bosnia and Herzegovina; JOEL SCHLOSBERG, Bayside, NY, USA; D.J. SMEENK, Zaltbommel, the Netherlands; PETER Y. WOO, Biola University, La Mirada, CA, USA (2 solutions); KONSTANTINE ZELATOR, University of Toledo, Toledo, OH, USA; TITU ZVONARU, Comănești, Romania; and the proposer.

Bataille, Geupel, and Peiró gave solutions using signed distances, for which the featured solution is valid for all triangles, but the statement (as given) is not true for obtuse triangles. For example, if $AB = AC$, then AX is fixed (it is the diameter of the circumcircle), so the ratio $\frac{AX}{AD}$ can be larger than 4; in fact, it can be made arbitrarily large. The correct statement for an obtuse triangle, say, with $\angle A > 90^\circ$, B between E and Y , and C between F and Z would be

$$\frac{AX}{AD} - \frac{BY}{BE} - \frac{CZ}{CF} = 4.$$



La revista **Laboratorio Virtual de triángulos con Cabri**, està editada pel professor Ricardo Barroso Campos de la Universitat de Sevilla.

Està dedicada a la geometria del triangle. Fa més de 10 anys que està publicada.

La periodicitat de la revista és quinzenal. El professor Barroso publica al voltant de 4 problemes el dia 1 i 16 de cada més, deixa 10 dies per poder donar-los solució i publica totes les solucions presentades. Després de desé dia només publica aquelles distintes de les publicades.

La procedència dels problemes és diversa: proposta del mateix professor, proposta dels col·laboradors, proposta de distints llibres (la bibliografia dels llibres és abundant, alguns d'ells antics).

Actualment té al voltant de 600 problemes publicats. Han participat al voltant de 90 col·laboradors (plantejant o resolent problemes).

La revista té un comitè editorial que s'encarrega de resoldre dubtes de solucions presentades, aquest comitè es renova cada dos anys. He participat dos anys en aquest comitè ajudant el professor Barroso en els seus dubtes.

El nivell dels problemes es divers. Des de problemes de nivell secundari o bé problemes d'alt nivell.

Moltes solucions van acompanyades per applets de CabriJava, que donen a la solució una interactivitat gràfica.

Problema plantejat la segona quinzena de febrer de 2007.

Aquest problema el vaig proposar als meus alumnes de 4t d'ESO de l'IES Juan de Garay de València, informant-los que era d'internet i que el premi era la publicació. Els vaig donar 10 minuts per resoldre'l individualment. El van resoldre 4 alumnes.

Problema 374.

27 En el triángulo ABC $\angle A=5x$, $\angle B=7x$, $\angle C=36^\circ$. Encontrar las medidas de $\angle A$ y $\angle B$. (p. 103)

Geltner, P.B. , Peterson, D.J. (1998) Editorial Thomson México DF(p. 103)

Quincena del 15 al 28 de febrero de 2007

Problema 374. Ángulo 36° y otros

Resposta de Ignacio Guerrero Balaguer. Alumne de 4t opció B IES "Juan de Garay" València (20 de febrero de 2007)

Resposta de Roberto del Teso March. Alumne de 4t opció B IES "Juan de Garay" València (20 de febrero de 2007)

Resposta de Rubén Ajaú González. Alumne de 4t opció B IES "Juan de Garay" València (20 de febrero de 2007)

Resposta de Victoria Arauz García. Alumna de 4t opció B IES "Juan de Garay" València (20 de febrero de 2007)

Resposta de Victoria Arauz García. Alumna de 4t opció B
IES "Juan de Garay" València.

Victoria Arauz García $4^o D$

Problema 374.

En el triangle ABC Els angles mesuren: $A=5x$, $B=7x$, $C=36^\circ$. Calculeu les mesures dels angles A i B.

Geltner, P.B. , Peterson, D.J. (1998). Editorial Thomson. México DF. (p. 103).

Solució:

tots els angles sumen 180° en el cas dels triangles

$$A+B = 180^\circ - 36^\circ$$

$$A+B = 144^\circ$$

$$A=5x \quad B=7x$$

$$5x+7x = 144^\circ$$

$$12x = 144^\circ$$

$$x = 12^\circ$$

$$A = 5x = 5 \cdot 12 = 60^\circ$$

$$B = 7x = 7 \cdot 12 = 84^\circ$$



Aquest problema el vaig proposar la primera quinzena de desembre de 2003:

Problema 124

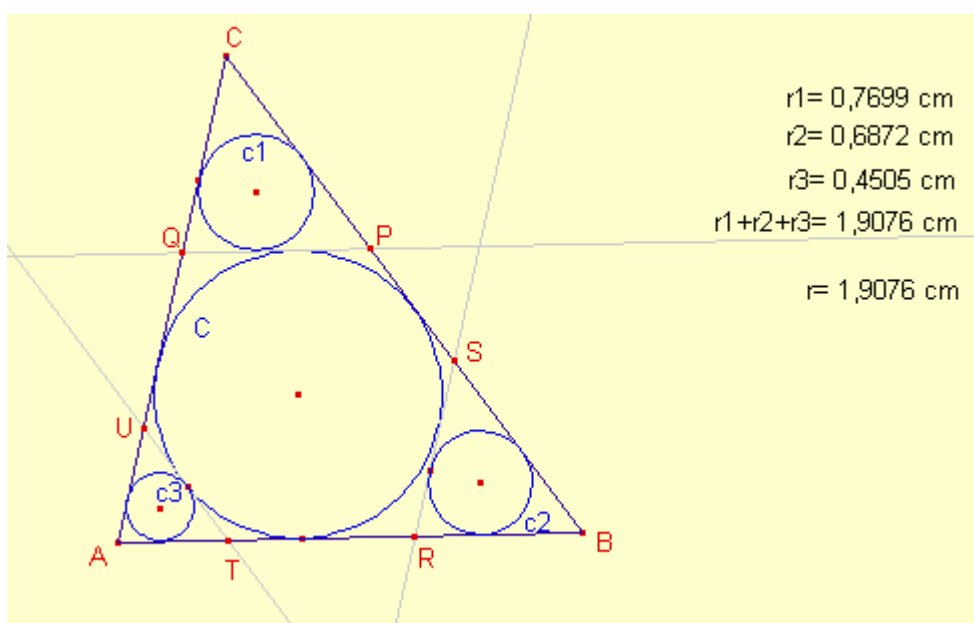
Sea el triángulo ABC y su circunferencia inscrita C de radio r.

Sean las rectas tangentes a la circunferencia C paralelas a los lados del triángulo, que determinan con los vértices los triángulos PQC, RSB, TUA.

En cada triángulo, construimos la circunferencia inscrita de radios r_1 , r_2 , r_3 , respectivamente.

Entonces: $r = r_1 + r_2 + r_3$

Peiró i Estruch, R. (2003): Comunicació personal



Un problema d'alt nivell és el de la primera quinzena de maig de 2010.

D'aquest problema foren publicades 3 solucions, una d'elles la meua.

Problema 562

Reflexiones en el triángulo Dibujar un triángulo ABC y marcar un punto P. Marcar las reflexiones X, Y, Z del punto P respecto a los lados del triángulo. Entonces las circunferencias XYC, YZA, ZXB y la ABC misma, todas se cortan en un punto común.

Pag 258

Wells, D. (1991) THE PENGUIN DICTIONARY OF CURIOUS AND INTERESTING GEOMETRY. the Penguin Group

La meua solució:

Problema 562

Siguen donats un triangle $\triangle ABC$ i un punt P .

Siguen X, Y, Z els punts simètrics de P respecte dels costats $\overline{BC}, \overline{AC}, \overline{AB}$ del triangle, respectivament. Demostreu que les circumferències circumscrites als triangles $\triangle XYZ$, $\triangle YZA$, $\triangle ZXB$ i $\triangle ABC$, totes quatre s'intersecten en un punt.

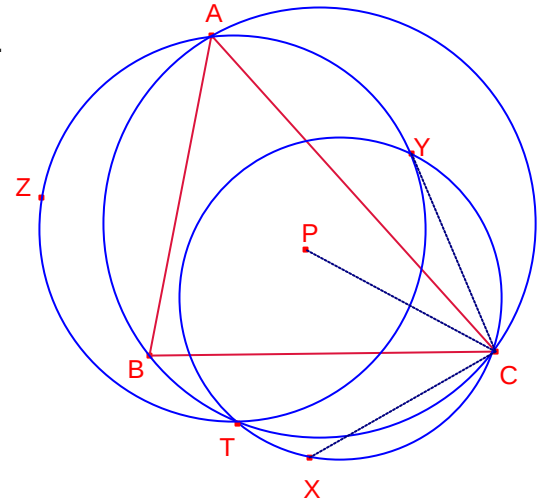
Solució:

Notem que per la simetria $\overline{CP} = \overline{CY}$, $\overline{CP} = \overline{CX}$.

$$\angle XCY = 2C$$

Anàlogament, $\overline{AP} = \overline{AY} = \overline{AZ}$, $\angle YAZ = 2A$.

Aleshores, $\angle AZY = 90^\circ - A$



Siga T el punt d'intersecció de les circumferències circumscrites als triangles $\triangle XYZ$, $\triangle ABC$, distint de C .

Siga $\alpha = \angle ATY$.

El quadrilàter $TXCY$ és inscripible, aleshores, $\angle YTX = 180^\circ - 2C$.

$$\angle YTC = \frac{1}{2} \angle YTX = 90^\circ - C.$$

$$\alpha = \angle ATY = \angle ATC - \angle YTC = B - (90^\circ - C) = 90^\circ - A.$$

Aleshores, $\angle AZY = \angle ATY$, per tant, T pertany a la circumferència que passa pels

punts AZY . Per tant, T pertany a la circumferència circumscrita al triangle $\triangle YZA$.

Anàlogament T pertany a la circumferència circumscrita al triangle $\triangle ZXB$.

Altres revistes de problemes:

Mathematical Reflections.

<http://reflections.awesomemath.org/index.html>

Publicada per Titu Andreescu i Gabriel Dospinescu.

Idioma: anglés.

Periodicitat: 6 números a l'any.

KöMaL

<http://www.komal.hu/info/bemutakozas.e.shtml>

Publicada per MATFUND Hungarian High School Mathematics and Physics Foundation, the János Bolyai Mathematical Society and the Roland Eötvös Physical Society with the financial support of the Ministry of Education and Cultura.

Idioma: magiar i anglés.

Periodicitat: 8 números per curs acadèmic. Es premia als millors estudiants que presenten solucions.

Problemes de preparació per a l'olimpíada de matemàtiques.

Un dels alumnes premiats va ser Paul Erdős, quan era estudiant.

Per a concloure, donada la importància de la resolució de problemes en l'ensenyament de les matemàtiques i en particular en l'ensenyament secundari és important conèixer i participar en les esmentades revistes.

València, setembre de 2010.